

Modelowanie 3^D na podstawie fotografii amatorskich

1. Specyfika fotogrametrycznego opracowania zdjęć amatorskich wynika z faktu, że na ogół dysponujemy samymi zdjęciami - nierzadko są to zdjęcia wykonane z wykorzystaniem obiektywu zmiennoogniskowego (*zoom*). Stąd brak możliwości
 - przeprowadzenia laboratoryjnej kalibracji użytych aparatów fotograficznych
 - samokalibracji metoda DLT (brak fotopunktów o znanych współrzędnych terenowych).
2. Analiza matematycznych podstaw rzutu środkowego
 - wykazano możliwość uzyskania pełnej orientacji wewnętrznej na podstawie perspektywicznych punktów zbiegu - rozwiązanie pozwala na metryczne opracowanie niemetrycznych zobrazowań cyfrowych, w tym zdjęć kadrowanych i złomowanych;
 - opracowano nowe sposoby wyznaczenia punktów zbiegu.
3. Autonomiczna metoda wyznaczenia dystorsji radialnej na podstawie efektu beczkowatości (poduszkowatości). Metoda unika negatywnych skutków silnego skorelowania parametrów dystorsji z odległością obrazową.
4. Doświadczenia z udostępnionego przez *Google*, narzędzia *Photo Match* wskazują, że wybrane własności perspektywicznych punktów zbiegu są już wykorzystane w praktyce.

¹ Politechnika Warszawska, Pl. Politechniki 1, 00-661, Warszawa, Polska.

² European Commission Joint Research Centre, I-21020 Ispra, Italy.

Analiza matematycznych podstaw rzutu środkowego

$$\begin{aligned}x &= \frac{a_{1,1}(X - X_s) + a_{1,2}(Y - Y_s) + a_{1,3}(Z - Z_s)}{a_{3,1}(X - X_s) + a_{3,2}(Y - Y_s) + a_{3,3}(Z - Z_s)}c \\y &= \frac{a_{2,1}(X - X_s) + a_{2,2}(Y - Y_s) + a_{2,3}(Z - Z_s)}{a_{3,1}(X - X_s) + a_{3,2}(Y - Y_s) + a_{3,3}(Z - Z_s)}c\end{aligned}\quad (13)$$

punkt zbiegu osi OX	$\lim_{X \rightarrow \infty} x = \frac{a_{1,1}}{a_{3,1}}c = x_X$	$\lim_{X \rightarrow \infty} y = \frac{a_{2,1}}{a_{3,1}}c = y_X$	(14)

punkt zbiegu osi OY	$\lim_{Z \rightarrow \infty} x = \frac{a_{1,2}}{a_{3,2}}c = x_Y$	$\lim_{Z \rightarrow \infty} y = \frac{a_{2,2}}{a_{3,2}}c = y_Y$	(15)

punkt zbiegu osi OZ	$\lim_{Z \rightarrow \infty} x = \frac{a_{1,3}}{a_{3,3}}c = x_Z$	$\lim_{Z \rightarrow \infty} y = \frac{a_{2,3}}{a_{3,3}}c = y_Z$	(16)

Wykorzystując ortogonalność kolumn macierzy obrotu otrzymamy iloczyny skalarne wektorów punktów zbiegu

$$x_X * x_Y + y_X * y_Y = x_X * x_Z + y_X * y_Z = x_Y * x_Z + y_Y * y_Z = -c^2 \quad (17)$$

To zasadnicze twierdzenie o punktach zbiegu (17) prowadzi do dwóch ważnych w zastosowaniach wniosków:

- 1. dwa dowolne, właściwe punkty zbiegu pozwalają na wyznaczenie odległości obrazowej – czyli najważniejszego atrybutu zdjęć wykonywanych obiektywem zmiennoogniskowym (zoom);**
- 2. trzy punkty zbiegu tworzą trójkąt dla którego wektory punktów zbiegu są prostopadłe do boków np. $x_X * (x_Y - x_Z) + y_X * (y_Y - y_Z) = 0$, czyli punkt przecięcia wysokości (ortocentrum) jest punktem głównym zdjęcia co prowadzi do pełnej orientacji wewnętrznej i pozwala na metryczne wykorzystanie zdjęć kadrowanych.**

Wnioski zostały uwzględnione w autorskim systemie komputerowym *FOTO*³ już w 2003, umożliwiającym obróbkę zdjęć wykonanych obiektywem zmiennoogniskowym lub kadrowanych. Obecnie można zauważyć, że wniosek nr 1 wykorzystuje koncern *Google* w narzędziu *PhotoMatch* wspomagającym modelowanie 3^D (w aplikacji *SketchUp*) poprzez bezpośrednio na fotografii obiektu⁴.

³ Happach, M., Nowak, E., Nowak, J., 2003. *Amateur Photographic Recording Used To Rescue Works Of Cultural Heritage*. International Conference and Exhibition GIS Silesia 2003; 22-26 Sept 2003; Sosnowiec, Poland, ISBN 83-918826-2-4.

⁴ www.sketchup.com

Wyznaczenie elementów macierzy obrotu bezpośrednio ze związków algebraicznych:

- wynikających z ortogonalności wierszy i kolumn macierzy A np.

$$(x_X^2 + y_X^2) * c^2 = \frac{a_{11}^2 + a_{21}^2}{a_{31}^2} = \frac{1 - a_{31}^2}{a_{31}^2} \quad (19)$$

Z założenia dotyczącego małych kątów obrotu wynika iż $a_{11} > 0$ (oraz pozostałe elementy przekątne), stąd znaki określa reguła $sign(a_{31}) = sign(x_X)$;

- wynikających z wyznaczania odwrotności przy pomocy dopełnień algebraicznych $A^T = A^{-1}$ np.

$$a_{23} = -(a_{11} * a_{32} - a_{31} * a_{12}). \quad (20)$$

Wyznaczenie środka rzutów

Do wyznaczenia współrzędnych środka rzutów wykorzystamy obrazy dwóch szczególnych punktów oryginału: początek układu współrzędnych terenowych O oraz punkt H leżący na osi OY . Wówczas

- podstawiając $R = 0$ do wzoru $r = \lambda A(R - R_s)$ (11)

mamy $r_O = [x_O, y_O, c]^T = -\lambda_O A R_s$.

Macierz A jest ortogonalna - mnożąc przez A^T otrzymamy $-\lambda_O R_s = U$ gdzie znany wektor $U = A^T r_O$.

Eliminując parametr λ_O otrzymamy $X_s = \frac{U_1}{U_3} Z_s, \quad Y_s = \frac{U_2}{U_3} Z_s$ (21)

- Kładąc $R = R_H = [0, Y_H, 0]$ do tego samego wzoru mamy $r_H = [x_H, y_H, c]^T = \lambda_H A(R_H - R_s)$

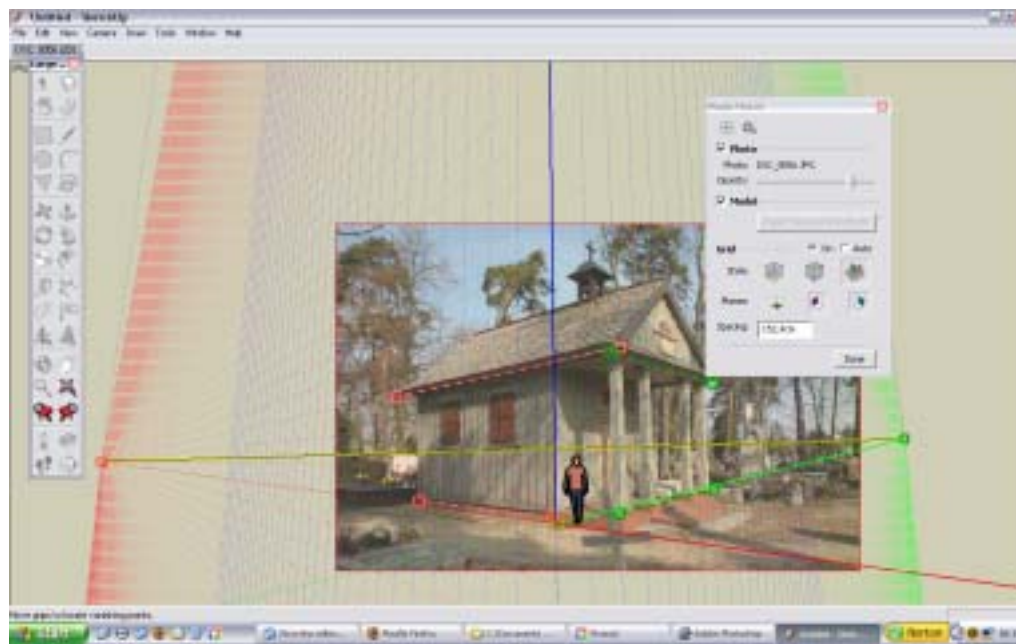
Analogicznie jak poprzednio mnożąc przez A^T otrzymamy

$$Y_H - Y_s = -\frac{W_2}{W_3} Z_s \quad \text{gdzie } W = A^T r_H.$$

Dodając (21) otrzymamy ostatnią niewiadomą $Z_s = Y_H \frac{U_3 W_3}{U_2 W_3 - U_3 W_2}$. (22)

Łatwo zauważyć, że wartość Y_H określa skalę wektora środka rzutów. Zastąpienie pomiaru terenowego pośrednim oszacowaniem wpłynie tylko na wielkość (skalę) ale nie zmieni kształtu odtwarzanego obiektu.

Sposoby wyznaczania punktów zbiegu



Rysunek 1. Ustawianie zbiegów perspektywicznych (narzędzie *PhotoMatch*).

Wyznaczanie punktu zbiegu na podstawie znanego podziału odcinka

Odcinek o końcach 1 i 3, jest dzielony punktem 2 w znanym stosunku u/v .

Wprowadzając współrzędne bieżące prostej K (do której należą wszystkie trzy punkty) otrzymamy $\frac{K_2 - K_1}{K_3 - K_2} = \frac{u}{v}$.

Obrazem tej prostej jest prosta o współrzędnych bieżących k , związana z oryginałem zależnością rzutową

$$k = \frac{aK + b}{dK + 1},$$

wówczas punkt zbiegu wyraża się jako $k_K = \lim_{K \rightarrow \infty} k = \frac{a}{d}$.

Dla określenia nieznanych parametrów rzutu a, b, d wykorzystamy zaobserwowane na zdjęciu współrzędne bieżące wspomnianych trzech punktów, a w szczególności:

- dla punktu 1 - wstawiając $K_1 = 0$ do równania rzutu otrzymamy $b = k_1 = 0$;
- dla punktu 2 - wstawiając $K_2 = u$ do otrzymamy $k_2 = ua + uk_2d$;
- dla punktu 3 - wstawiając $K_3 = u + v = w$ do otrzymamy $k_3 = wa + wk_3d$.

Z dwóch ostatnich równań otrzymamy współrzędną bieżącą poszukiwanego punktu zbiegu

$$k_K = \frac{a}{d} = \frac{(w-u)k_2k_3}{uk_3 - wk_2} = \frac{w-u}{u/k_2 - w/k_3}.$$

Wyznaczenie drugiego i trzeciego punktu zbiegu na podstawie pojedynczych prostych

Założmy inny przypadek: Mamy dane wektory wodzące punktu zbiegu P_X oraz dwie pary punktów P_1, P_2 i P_3, P_4 wyznaczających linie do drugiego i trzeciego punktu zbiegu.

Układamy warunek (17) dla kolejnych par punktów zbiegu otrzymując:

- dla pierwszego i drugiego punktu zbiegu $(P_1 + Q_{12}t)P_X = -c^2$
- dla pierwszego i trzeciego punktu zbiegu $(P_3 + Q_{34}s)P_X = -c^2$
- dla drugiego i trzeciego punktu zbiegu $(P_1 + Q_{12}t)(P_3 + Q_{34}s) = -c^2$,
- gdzie $Q_{jk} = P_k - P_j$.

Odejmując pierwsze równanie od pozostałych mamy dwa nowe równania:

$$(Q_{13} + Q_{34}s - Q_{12}t)P_X = 0 \text{ oraz } (P_1 + Q_{12}t)(P_3 + Q_{34}s - P_X) = 0$$

Z pierwszego wyznaczamy niewiadomą t :

$$t = \frac{Q_{13}P_X + Q_{34}s}{Q_{12}P_X}$$

i wstawiając do drugiego otrzymujemy równanie kwadratowe dla s .

Z możliwych dwóch jego rozwiązań wybieramy to, które daje $c^2 > 0$ po wstawieniu do warunków (17).

Autonomiczna metoda wyznaczenia dystorsji radialnej na podstawie efektu beczkowatości

Algorytm określenia współczynnika dystorsji na podstawie obserwacji współrzędnych tłowych 3 punktów odcinka prostej przedstawia się następująco:

- obracamy układ tłowy tak aby odcinek 1-2 był równoległy do osi Ox

$$t' = At$$

gdzie $A = \frac{1}{d_{12}} \begin{bmatrix} p & q \\ -q & p \end{bmatrix}$, $p = x_2 - x_1$, $q = y_2 - y_1$, $d_{12} = \sqrt{p^2 + q^2}$ (5)

- wyznaczamy rzut punktu 3 na odcinek 1-2

$$t_4 = \frac{d_{13}}{d_{12}} t_1 + \frac{d_{23}}{d_{12}} t_2 \quad (6)$$

- uwzględniamy warunek prostoliniowości obrazu odcinka

$$y_4 = y_3 \quad (7)$$

- uwzględniamy kąty między odcinkiem 12 a promieniami wodzącymi punktów (zmiana współczynnika dystorsji działa wzdłuż promienia)

$$y_i = y_i * (1 + R_3 * f_i)$$

gdzie $f_i = (r_i / r_{\max})^2 * s_i$, $s_i = ((x_2 - x_1) * y_i - (y_2 - y_1) * x_i) / r_i / d_{12}$ (8)

- wówczas warunek (7) przybiera postać

$$y_1 * (1 + R_3 * f_1) * d_{13} + y_2 * (1 + R_3 * f_2) * d_{23} = y_3 * (1 + R_3 * f_3) * d_{12} \quad (9)$$

$$\text{stąd ostatecznie } R_3 = \frac{y_1 * d_{13} + y_2 * d_{23} - y_3 * d_{12}}{f_1 * d_{13} + f_2 * d_{23} - f_3 * d_{12}}. \quad (10)$$

Modelowanie 3^D

Coraz bardziej wymagający użytkownicy stymulują dynamiczny rozwój metod modelowania trójwymiarowego (inaczej wizualizacja geometryczna 3^D). Przeszliśmy już etapy definiowania brył za pomocą:

- linii szkieletowych,
- pokrywania teksturą (rendering),
- oklejania obrazami
- udostępnianie animacji w Internecie, na przykład przy zastosowaniu języka modelowania rzeczywistości wirtualnej VRML (Virtual Reality Modeling Language)
- udostępnianie modelu w formacie KML/KMZ (na potrzeby geo-browsera *Google Earth*),
- osadzania na numerycznym modelu terenu.

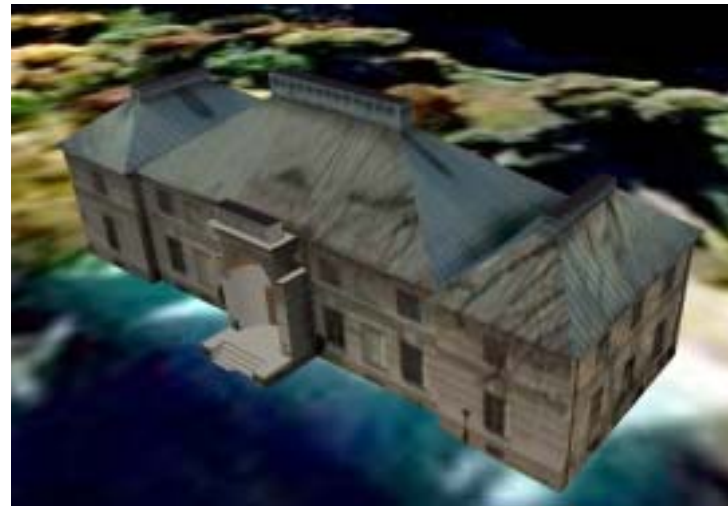
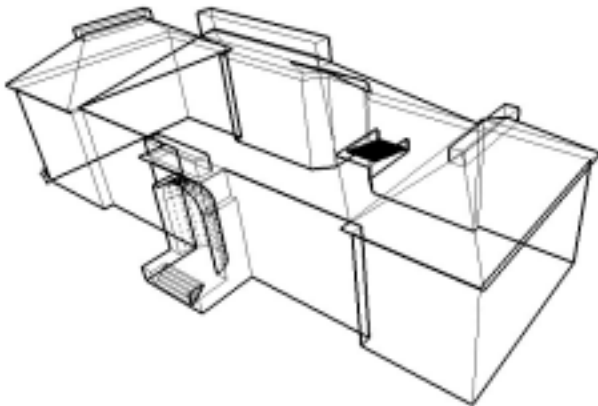


Modelowanie 3^D (c.d.)

Kształt obiektu określają płaty powierzchni i ich krawędzie. W praktyce rozróżniamy:

- model drutowy zbudowany z krawędzi
 - prostoliniowych (TIN, GRID),
 - krzywoliniowych (stożkowe, spline),
- model płata stanowiący fragment powierzchni
 - płaskiej,
 - zakrzywionej (kwadryki, NURBS).

Jednym z najbardziej zaawansowanych narzędzi do określania dowolnych kształtów (np. rzeźb) jest program Rhinoceros⁵ operujący standardem przemysłowym NURBS⁶. Niestety jest dostosowany tylko do projektowania. W praktyce najczęściej wykorzystuje się programy typu *CAD* (np. AutoCAD, MicroStation, 3D-Studio).



⁵ Rhinoceros – *NURBS modeling for Windows*, (2002). Users Guide, ed. Robert McNeel.

⁶ Nowak, E., Nowak, J., 2006. *Aproksymacja kształtu obiektów trójwymiarowych wielomianami oraz NURBS – podejście niezawodnościowe*. 85th Anniversary of the Faculty of Geodesy and Cartography, Warsaw University of Technology, ISBN 83-7207-623-5.

Wnioski końcowe

Trójwymiarowe modelowanie obiektów architektonicznych odwzorowanych za pomocą amatorskich aparatów cyfrowych utrudnia brak znajomości elementów orientacji wewnętrznej użytych aparatów oraz parametrów dystorsji.

Analizując matematyczne podstawy rzutu środkowego, wykazaliśmy możliwość wykonania pełnej orientacji wewnętrznej na podstawie perspektywicznych punktów zbiegu. Metoda pozwala na opracowanie zdjęć kadrowanych lub wykonanych z wykorzystaniem obiektywu zmiennoogniskowego (*zoom*). Z takimi zdjęciami mamy często do czynienia w praktyce, stąd omówienie sposobów znalezienia punktów zbiegu stanowi dużą część naszych badań.

Jednocześnie zaprezentowaliśmy autorską metodę uzyskania współczynników dystorsji na podstawie obserwacji zniekształceń obrazu odcinków prostoliniowych, która umożliwia uniknięcie negatywnych skutków silnego skorelowania parametrów dystorsji z odległością obrazową.

Dalszych badań wymaga analiza dokładności i określenie warunków technicznych dla wykonania samokalibracji.

Dziękuję za uwagę.