

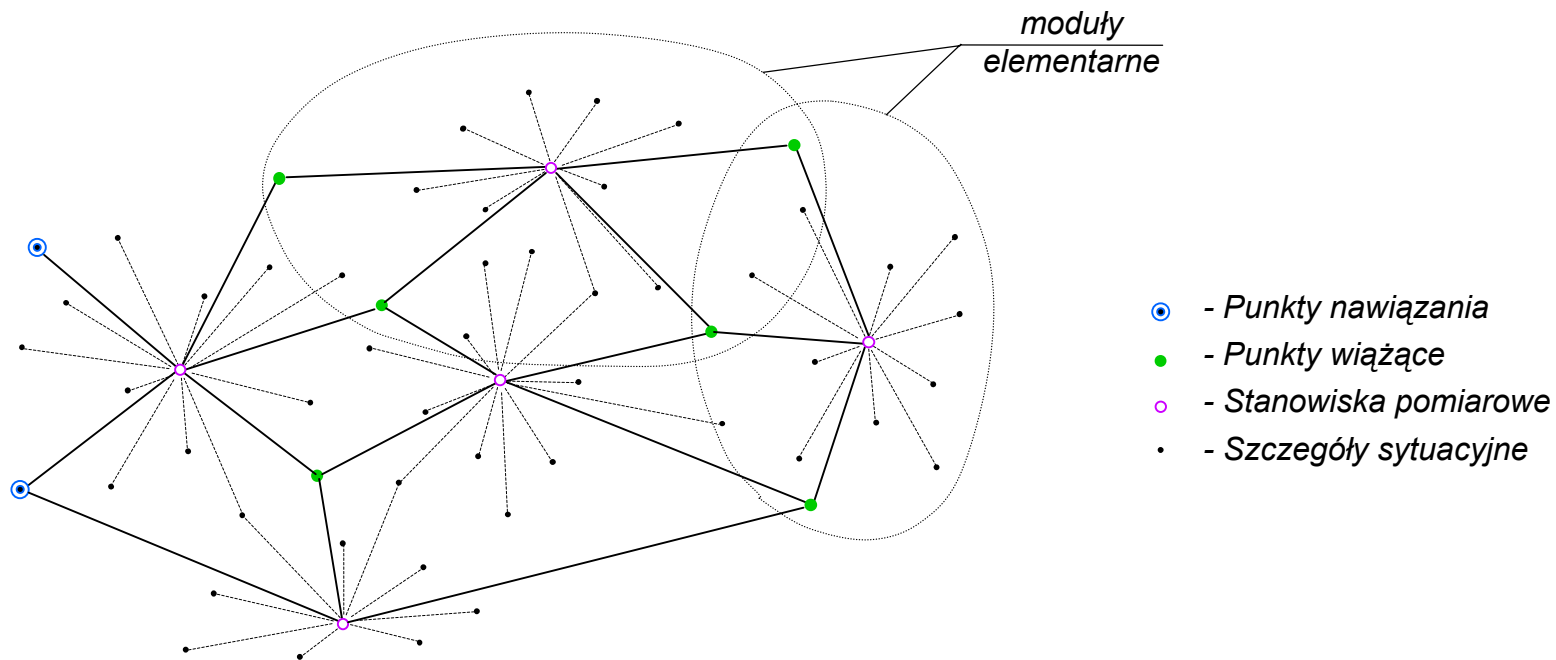
# **ANALIZA WŁASNOŚCI GEOMETRYCZNYCH MODULARNYCH SIECI HYBRYDOWYCH**

Tadeusz Gargula

# PLAN PREZENTACJI

- Ogólna struktura sieci modularnych
- Wstępne analizy dokładności na modelach sieci
- Przykład numeryczny wyrównania sieci
- Podsumowanie i wnioski

# OGÓLNA STRUKTURA SIECI MODULARNYCH

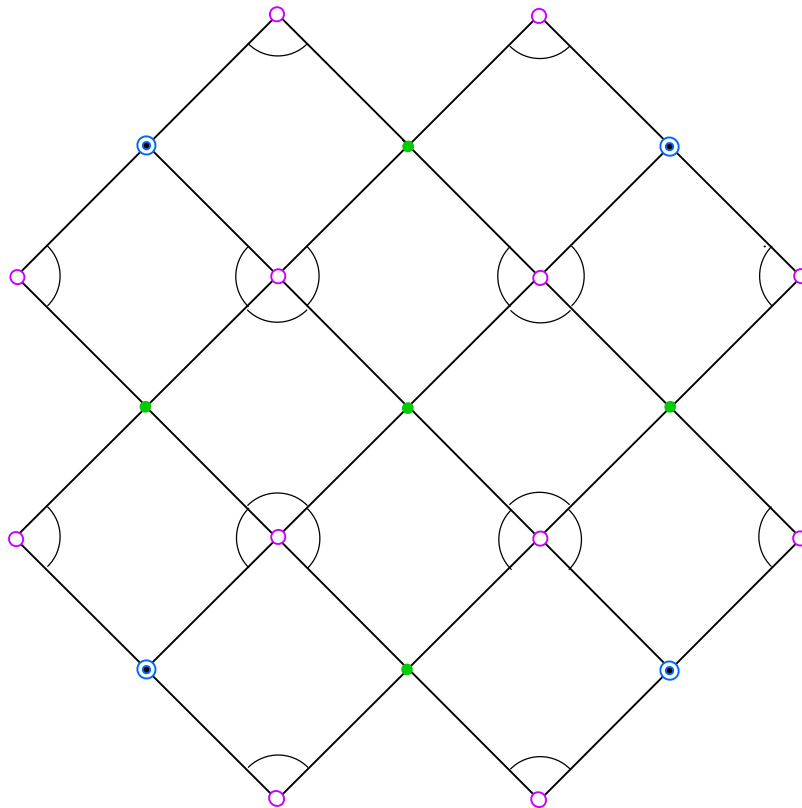


# WSTĘPNE ANALIZY DOKŁADNOŚCI NA MODELACH SIECI

- wersja A – klasyczna sieć modułarna,
- wersja B – sieć modułarna z obserwacjami GPS bez przyjmowania jednego, określonego punktu referencyjnego,
- wersja C – sieć modułarna z obserwacjami GPS z jednym punktem referencyjnym.

# WSTĘPNE ANALIZY DOKŁADNOŚCI

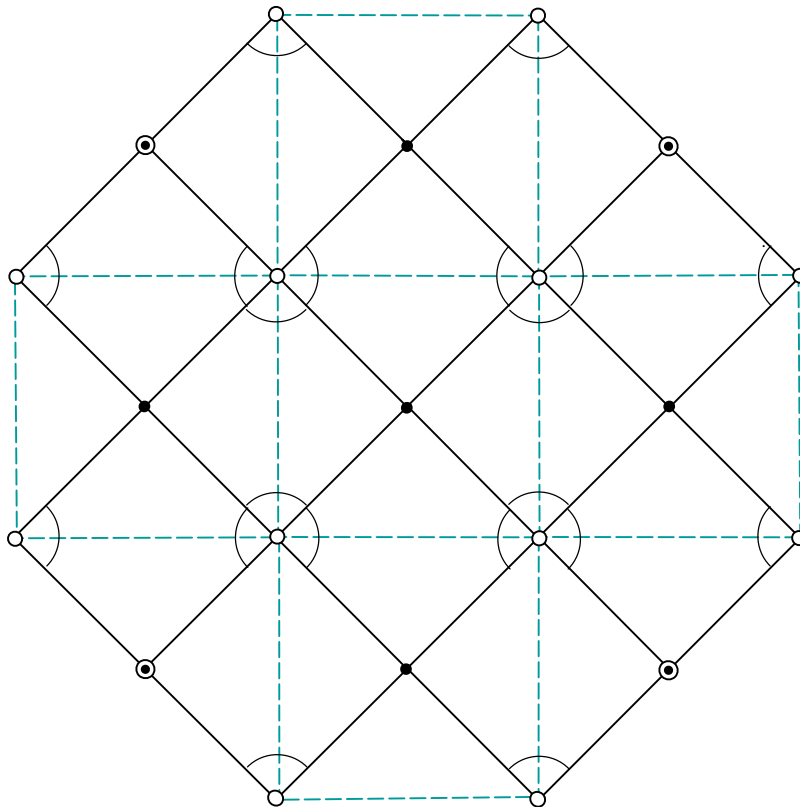
- Klasyczna sieć modularna (**wersja A**)



- ⦿ - Punkty nawiązania
- - Stanowiska pomiarowe
- - Punkty wiążące

# WSTĘPNE ANALIZY DOKŁADNOŚCI

- Sieć modularna hybrydowa (**wersja B**)



----- wektor GPS

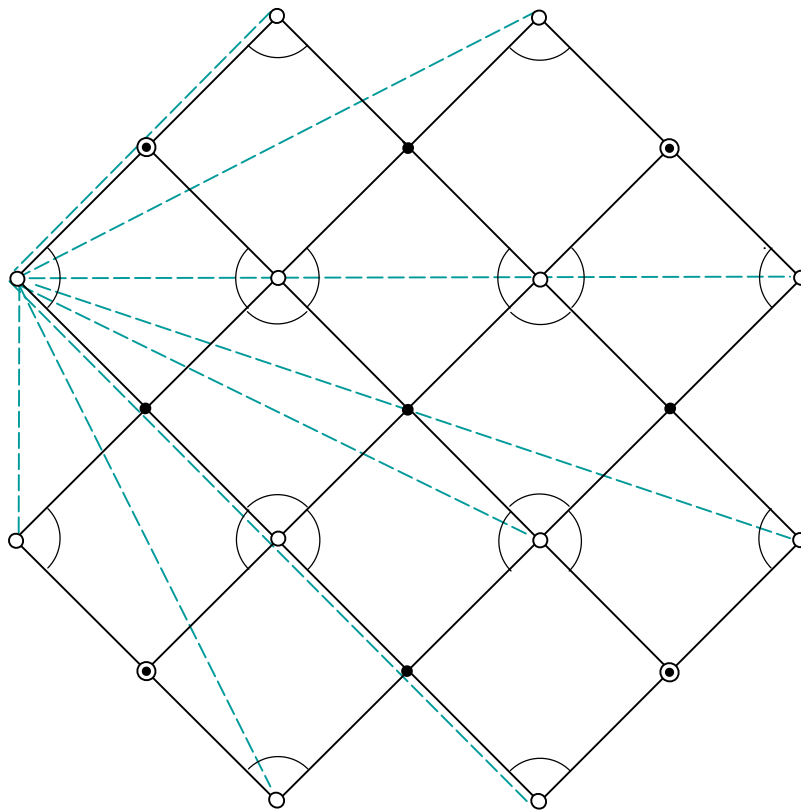
$$(\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij}) \rightarrow (d'_{ij}, A_{ij})$$

$$d'_{ij} = \sqrt{(\Delta X_{ij})^2 + (\Delta Y_{ij})^2}$$

$$A_{ij} = \operatorname{tg} \frac{\Delta Y_{ij}}{\Delta X_{ij}}$$

# WSTĘPNE ANALIZY DOKŁADNOŚCI

- Sieć modularna hybrydowa (**wersja C**)



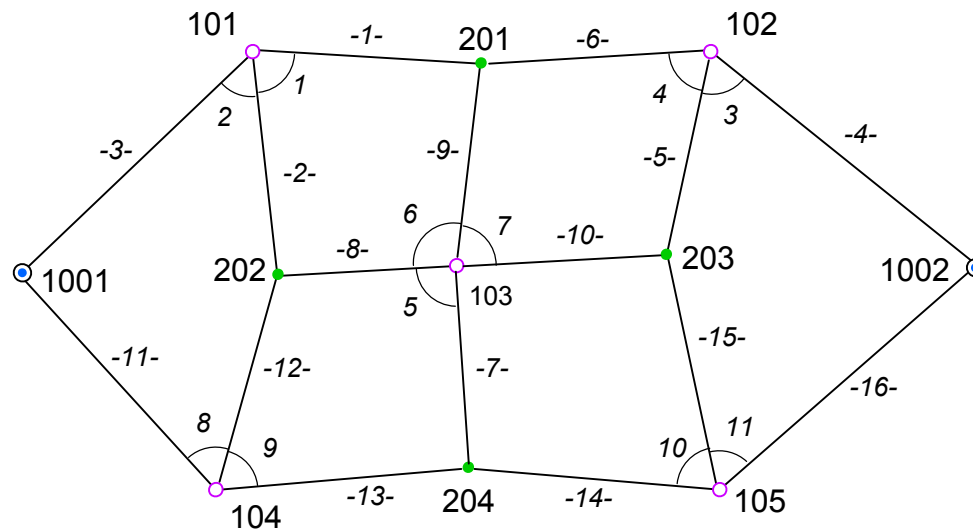
----- wektor GPS

# WSTĘPNE ANALIZY DOKŁADNOŚCI - wyniki

| Nr pkt.         | Współrzędne lokalne |         | Błędy średnie współrzędnych i położenia [m] |       |        |          |       |        |          |       |        |
|-----------------|---------------------|---------|---------------------------------------------|-------|--------|----------|-------|--------|----------|-------|--------|
|                 |                     |         | Wersja A                                    |       |        | Wersja B |       |        | Wersja C |       |        |
|                 | X                   | Y       | $m_x$                                       | $m_y$ | $m_P$  | $m_x$    | $m_y$ | $m_P$  | $m_x$    | $m_y$ | $m_P$  |
| 101             | 600,000             | 200,000 | 0,003                                       | 0,006 | 0,007  | 0,002    | 0,003 | 0,004  | 0,002    | 0,004 | 0,004  |
| 102             | 600,000             | 400,000 | 0,003                                       | 0,006 | 0,007  | 0,002    | 0,003 | 0,004  | 0,002    | 0,004 | 0,004  |
| 103             | 400,000             | 0,000   | 0,006                                       | 0,003 | 0,007  | 0,003    | 0,002 | 0,004  | 0,002    | 0,002 | 0,003  |
| 104             | 400,000             | 200,000 | 0,003                                       | 0,003 | 0,004  | 0,002    | 0,002 | 0,003  | 0,002    | 0,002 | 0,003  |
| 105             | 400,000             | 400,000 | 0,003                                       | 0,003 | 0,004  | 0,002    | 0,002 | 0,003  | 0,002    | 0,002 | 0,003  |
| 106             | 400,000             | 600,000 | 0,006                                       | 0,003 | 0,007  | 0,003    | 0,002 | 0,004  | 0,005    | 0,002 | 0,005  |
| 107             | 200,000             | 0,000   | 0,006                                       | 0,003 | 0,007  | 0,003    | 0,002 | 0,004  | 0,004    | 0,002 | 0,004  |
| 108             | 200,000             | 200,000 | 0,003                                       | 0,003 | 0,004  | 0,002    | 0,002 | 0,003  | 0,002    | 0,002 | 0,003  |
| 109             | 200,000             | 400,000 | 0,003                                       | 0,003 | 0,004  | 0,002    | 0,002 | 0,003  | 0,002    | 0,002 | 0,003  |
| 110             | 200,000             | 600,000 | 0,006                                       | 0,003 | 0,007  | 0,003    | 0,002 | 0,004  | 0,005    | 0,002 | 0,005  |
| 111             | 0,000               | 200,000 | 0,003                                       | 0,006 | 0,007  | 0,002    | 0,003 | 0,004  | 0,002    | 0,004 | 0,004  |
| 112             | 0,000               | 400,000 | 0,003                                       | 0,006 | 0,007  | 0,002    | 0,003 | 0,004  | 0,002    | 0,004 | 0,004  |
| 201             | 500,000             | 300,000 | 0,004                                       | 0,002 | 0,004  | 0,003    | 0,002 | 0,004  | 0,004    | 0,002 | 0,004  |
| 202             | 300,000             | 100,000 | 0,002                                       | 0,004 | 0,004  | 0,002    | 0,003 | 0,004  | 0,002    | 0,003 | 0,004  |
| 203             | 300,000             | 300,000 | 0,004                                       | 0,004 | 0,006  | 0,003    | 0,003 | 0,004  | 0,003    | 0,003 | 0,004  |
| 204             | 300,000             | 500,000 | 0,002                                       | 0,004 | 0,004  | 0,002    | 0,003 | 0,004  | 0,002    | 0,004 | 0,004  |
| 205             | 100,000             | 300,000 | 0,004                                       | 0,002 | 0,004  | 0,003    | 0,002 | 0,004  | 0,004    | 0,002 | 0,004  |
| Przeciętny błąd |                     |         |                                             |       | 0,0043 | -        |       | 0,0031 | -        |       | 0,0034 |
| Maksymalny błąd |                     |         |                                             |       | 0,0063 | -        |       | 0,0041 | -        |       | 0,0053 |

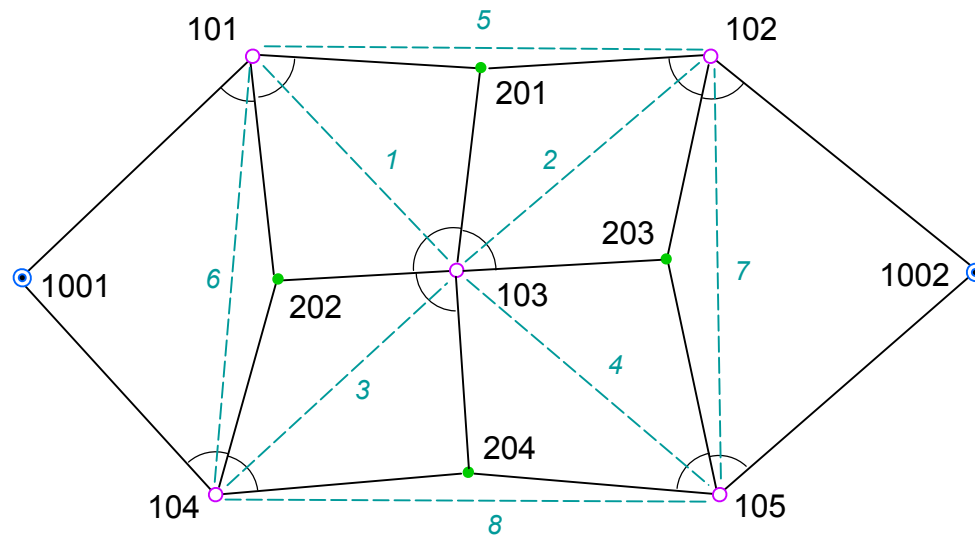
# PRZYKŁAD NUMERYCZNY

- Wersja I – klasyczna sieć modułarna



# PRZYKŁAD NUMERYCZNY

- Wersja II – sieć modułarna hybrydowa



# PRZYKŁAD NUMERYCZNY

- Dane do wyrównania

| Nr pkt | Współrzędne stałe    |          | Długości [m]       |         | Kąty [g]                |          | Wektory GPS [m]                       |          |
|--------|----------------------|----------|--------------------|---------|-------------------------|----------|---------------------------------------|----------|
|        | X                    | Y        |                    |         |                         |          |                                       |          |
| 1001   | 1000,000             | 1000,000 | 1                  | 107,532 | 1                       | 68,5909  | 1                                     | 103,179  |
| 1002   | 995,420              | 1415,670 | 2                  | 113,360 | 2                       | 62,4838  |                                       | -94,001  |
|        |                      |          | 3                  | 145,673 | 3                       | 65,9656  | 2                                     | 107,734  |
|        |                      |          | 4                  | 160,318 | 4                       | 63,3353  |                                       | 113,281  |
| Nr pkt | Współrz. przybliżone |          | 5                  | 112,652 | 5                       | 102,7432 | 3                                     | -107,914 |
|        | X                    | Y        | 6                  | 107,871 | 6                       | 114,9371 |                                       | -98,811  |
| 101    | 1107,451             | 1098,350 | 7                  | 80,604  | 7                       | 92,0259  | 4                                     | -100,815 |
| 102    | 1112,006             | 1305,632 | 8                  | 67,382  | 8                       | 66,1487  |                                       | 106,694  |
| 103    | 1004,272             | 1192,351 | 9                  | 76,924  | 9                       | 64,7108  | 5                                     | 4,555    |
| 104    | 896,358              | 1093,540 | 10                 | 82,189  | 10                      | 70,8445  |                                       | 207,282  |
| 105    | 903,457              | 1299,045 | 11                 | 139,611 | 11                      | 72,7582  | 6                                     | -211,093 |
| 201    | 1080,523             | 1202,459 | 12                 | 105,872 |                         |          |                                       | -4,810   |
| 202    | 997,352              | 1125,323 | 13                 | 114,063 |                         |          | 7                                     | 208,549  |
| 203    | 1003,738             | 1274,531 | 14                 | 97,281  |                         |          |                                       | 6,587    |
| 204    | 924,520              | 1204,072 | 15                 | 103,238 |                         |          | 8                                     | -7,099   |
|        |                      |          | 16                 | 148,525 |                         |          |                                       | -205,505 |
|        |                      |          | $m_d = \pm 0,005m$ |         | $m_\beta = \pm 0,0010g$ |          | $m_{\Delta X, \Delta Y} = \pm 0,005m$ |          |

# PRZYKŁAD NUMERYCZNY

- Model funkcjonalny

## Długość pozioma

$$v_{ij}^{(d)} = \frac{\Delta x_{ij}^{(0)}}{d_{ij}} (\partial x_j - \partial x_i) + \frac{\Delta y_{ij}^{(0)}}{d_{ij}} (\partial y_j - \partial y_i) + l_{ij}^{(d)}$$

## Przykład

$$v_1^{(d)} = 0,250\delta x_{101} - 0,968\delta y_{101} + 0,250\delta x_{201} - 0,968\delta y_{201} + 0,003[m]$$

## Kąt poziomy

$$v_{jik}^{(\beta)} = -\frac{\Delta y_{ik}^{(0)}}{(d_{ik}^{(0)})^2} (\partial x_k - \partial x_i) + \frac{\Delta x_{ik}^{(0)}}{(d_{ik}^{(0)})^2} (\partial y_k - \partial y_i) + \frac{\Delta y_{ij}^{(0)}}{(d_{ij}^{(0)})^2} (\partial x_j - \partial x_i) - \frac{\Delta x_{ij}^{(0)}}{(d_{ij}^{(0)})^2} (\partial y_j - \partial y_i) + l_{jik}^{(\beta)}$$

## Przykład

$$v_1^{(\beta)} = -0,440\delta x_{101} + 0,397\delta y_{101} + 0,573\delta x_{201} + 0,148\delta y_{201} - 0,134\delta x_{202} - 0,545\delta y_{202} + 0,0007[^\circ]$$

## Wektor GPS na płaszczyźnie

$$\begin{cases} v_{jk}^{(\Delta X)} = \partial x_k - \partial x_j + l_{jk}^{(\Delta X)} \\ v_{jk}^{(\Delta Y)} = \partial y_k - \partial y_j + l_{jk}^{(\Delta Y)} \end{cases}$$

## Przykład

$$\begin{cases} v_1^{(\Delta X)} = \delta x_{101} - \delta x_{103} + 0,003[m] \\ v_1^{(\Delta Y)} = \delta y_{101} - \delta y_{103} - 0,006[m] \end{cases}$$

# PRZYKŁAD NUMERYCZNY

- Wyniki wyrównania obserwacji

| Wersja I (klasyczna) |         |               |          | Wersja II (klasyczna + GPS) |         |               |          |                                  |         |
|----------------------|---------|---------------|----------|-----------------------------|---------|---------------|----------|----------------------------------|---------|
| $v_d$ [m]            |         | $v_\beta$ [g] |          | $v_d$ [m]                   |         | $v_\beta$ [g] |          | $v_{\Delta X}, v_{\Delta Y}$ [m] |         |
| 1                    | -0,0009 | 1             | 0,00000  | 1                           | 0,0006  | 1             | 0,00033  | 1                                | 0,0026  |
| 2                    | -0,0026 | 2             | -0,00096 | 2                           | -0,0062 | 2             | -0,00137 |                                  | 0,0014  |
| 3                    | -0,0102 | 3             | 0,00024  | 3                           | -0,0091 | 3             | 0,00099  | 2                                | -0,0053 |
| 4                    | 0,0035  | 4             | 0,00037  | 4                           | 0,0000  | 4             | 0,00019  |                                  | 0,0012  |
| 5                    | 0,0029  | 5             | -0,00004 | 5                           | 0,0019  | 5             | 0,00013  | 3                                | 0,0019  |
| 6                    | 0,0036  | 6             | -0,00013 | 6                           | 0,0037  | 6             | -0,00008 |                                  | -0,0009 |
| 7                    | 0,0063  | 7             | -0,00044 | 7                           | 0,0039  | 7             | -0,00024 | 4                                | 0,0063  |
| 8                    | -0,0004 | 8             | 0,00070  | 8                           | 0,0010  | 8             | 0,00132  |                                  | -0,0015 |
| 9                    | -0,0036 | 9             | -0,00020 | 9                           | -0,0058 | 9             | -0,00044 | 5                                | -0,0058 |
| 10                   | -0,0064 | 10            | -0,00031 | 10                          | -0,0057 | 10            | 0,00007  |                                  | -0,0058 |
| 11                   | 0,0065  | 11            | -0,00056 | 11                          | 0,0037  | 11            | -0,00091 | 6                                | 0,0071  |
| 12                   | 0,0027  |               |          | 12                          | 0,0027  |               |          |                                  | 0,0059  |
| 13                   | -0,0027 |               |          | 13                          | -0,0037 |               |          | 7                                | 0,0009  |
| 14                   | -0,0021 |               |          | 14                          | -0,0023 |               |          |                                  | -0,0011 |
| 15                   | -0,0065 |               |          | 15                          | -0,0099 |               |          | 8                                | -0,0037 |
| 16                   | -0,0061 |               |          | 16                          | -0,0059 |               |          |                                  | 0,0013  |
| $m_0 = \pm 1,393$    |         |               |          | $m_0 = \pm 1,127$           |         |               |          |                                  |         |

# PRZYKŁAD NUMERYCZNY

- Zestawienie wyrównanych współrzędnych oraz błędów średnich

| Wersja I - klasyczna |                    |          |               |        |        | Wersja II - hybrydowa |                    |          |               |        |        |
|----------------------|--------------------|----------|---------------|--------|--------|-----------------------|--------------------|----------|---------------|--------|--------|
| Nr pkt.              | Współrz. wyrównane |          | Błędy średnie |        |        | Nr pkt.               | Współrz. wyrównane |          | Błędy średnie |        |        |
|                      | X                  | Y        | $m_x$         | $m_y$  | $m_p$  |                       | X                  | Y        | $m_x$         | $m_y$  | $m_p$  |
| 101                  | 1107,449           | 1098,348 | 0,0058        | 0,0066 | 0,0088 | 101                   | 1107,449           | 1098,349 | 0,0028        | 0,0034 | 0,0044 |
| 102                  | 1112,013           | 1305,629 | 0,0060        | 0,0068 | 0,0091 | 102                   | 1112,011           | 1305,632 | 0,0028        | 0,0034 | 0,0044 |
| 103                  | 1004,269           | 1192,349 | 0,0081        | 0,0042 | 0,0091 | 103                   | 1004,271           | 1192,349 | 0,0035        | 0,0029 | 0,0045 |
| 104                  | 896,355            | 1093,545 | 0,0055        | 0,0066 | 0,0086 | 104                   | 896,358            | 1093,545 | 0,0027        | 0,0033 | 0,0043 |
| 105                  | 903,459            | 1299,046 | 0,0061        | 0,0061 | 0,0086 | 105                   | 903,461            | 1299,044 | 0,0027        | 0,0033 | 0,0043 |
| 201                  | 1080,523           | 1202,453 | 0,0092        | 0,0052 | 0,0105 | 201                   | 1080,522           | 1202,455 | 0,0037        | 0,0036 | 0,0052 |
| 202                  | 997,348            | 1125,323 | 0,0085        | 0,0034 | 0,0091 | 202                   | 997,352            | 1125,322 | 0,0041        | 0,0024 | 0,0047 |
| 203                  | 1003,736           | 1274,529 | 0,0087        | 0,0036 | 0,0094 | 203                   | 1003,736           | 1274,531 | 0,0042        | 0,0025 | 0,0049 |
| 204                  | 924,516            | 1204,074 | 0,0094        | 0,0051 | 0,0107 | 204                   | 924,520            | 1204,073 | 0,0038        | 0,0037 | 0,0053 |
| 1001                 | 1000.000           | 1000.000 | -             | -      | -      | 1001                  | 1000.000           | 1000.000 | -             | -      | -      |
| 1002                 | 995.420            | 1415.670 | -             | -      | -      | 1002                  | 995.420            | 1415.670 | -             | -      | -      |
| Przeciętny błąd      |                    |          |               |        | 0,0093 | Przeciętny błąd       |                    |          |               |        | 0,0047 |
| Maksymalny błąd      |                    |          |               |        | 0,0107 | Maksymalny błąd       |                    |          |               |        | 0,0053 |

# PODSUMOWANIE I WNIOSKI

- Główny cel: określenie wpływu dodatkowych obserwacji GPS na dokładność klasycznej sieci modularnej.
- Założenie: pomiar hybrydowy, czyli wykorzystanie tych samych stanowisk do pozyskiwania zarówno obserwacji klasycznych jak i GPS.
- Uzasadnienie: możliwość podniesienia poziomu dokładności oraz niezawodności sieci geodezyjnej bez znaczącego utrudnienia procedury pomiarowej.
- Kryteria porównawcze: wyniki wstępnych analiz dokładności, wyniki wyrównania przykładowej sieci, parametr niezawodności.
- Wnioski:
  - Proponowana konstrukcja modularnej sieci hybrydowej spełnia oczekiwania zarówno w zakresie wzrostu dokładności (przeciętny błąd położenia punktu) jak i niezawodności (parametr Otrębskiego).
  - Wprowadzenie hybrydowych układów obserwacyjnych może być wystarczającym sposobem na polepszenie konstrukcji sieci modularnych w zastosowaniu do realizacji zadań wymagających wysokiej precyzji wyznaczeń, np. przy geodezyjnych pomiarach przemieszczeń i odkształceń.